



یک مسئله، چند راه حل! کدام راه حل درست است؟



نازنین حسن نیا

کلیدواژه‌ها: مسئله، راه حل، مسئله، راهبرد حل مسئله،

سرعت

راه حل ۱:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{100}{10} = 10 \\ \frac{100}{20} = 5 \end{array} \right\} \rightarrow \text{دقیقه} = 10 + 5 = 15 \text{ زمان}$$

راه حل ۲:

$$10 + 20 = 30$$

$$\frac{100}{30} = \frac{10}{3} \approx 3 \frac{1}{3} \text{ دقیقه}$$

راه حل ۳:

سرعت هر کدام را ۱۵ فرض می‌کنیم $\rightarrow 15 = \text{میانگین } 10 \text{ و } 20$

$$\frac{100}{15} = \frac{20}{3} \approx 6 \frac{2}{3} \text{ دقیقه}$$

راه حل ۴:

سرعت هر کدام را ۱۵ فرض می‌کنیم $\rightarrow 15 = \text{میانگین } 10 \text{ و } 20$

$$\frac{100}{15} = \frac{20}{3} \approx 6 \frac{2}{3}$$

و چون دو نفر هستند، زمان برابر است با:

$$2 \times 6 \frac{2}{3} = 13 \frac{1}{3} \text{ دقیقه}$$

A و B با هم دوست هستند و علاقه زیادی به شنا دارند. این دو معمولاً با هم به استخر می‌روند. طول استخر ۱۰۰ متر است. برای اینکه وقتشان به گپ و گفت‌های دوستانه نگذرد، هر کدام از یک طرف استخر حرکت خود را شروع می‌کند. A با سرعت ۱۰ متر بر دقیقه از چپ به راست، و B با سرعت ۲۰ متر بر دقیقه از راست به چپ استخر حرکت می‌کند. این دو چند دقیقه پس از شروع حرکت، برای بار اول به هم می‌رسند؟ شما چگونه این مسئله را حل می‌کنید؟ راه حل خود را در زیر بنویسید.

حالا خوب است چند راه حل دیگر را هم ببینیم. جواب شما به کدام یک شبیه است؟



راه حل دوم

- ابتدا سرعت دو شناگر با هم جمع شده است.
- چرا؟ مگر این دو نفر سرعت هایشان را به هم افزوده اند؟
- تقریباً بله. وقتی این دو نفر به سمت هم حرکت می کنند سریع تر از وقتی که فقط یکی شنا کند، به هم می رسند. این مشابه حالتی است که نفر B ثابت است و نفر A با سرعت بیشتر به سمت B می رود.
اگر خیلی ریاضی دان باشید، این توضیحات شما را قانع نمی کند. جدول زیر را ببینید:

	فاصله A از سمت چپ لستخر	فاصله B از کناره راست لستخر	فاصله A و B از هم
شروع	۰	۰	۱۰۰
۱ دقیقه بعد	۱×۱۰	۱×۲۰	۱۰۰-۱۰-۲۰
۲ دقیقه بعد	۲×۱۰	۲×۲۰	۱۰۰-۲×۱۰-۲×۲۰
۳ دقیقه بعد	۳×۱۰	۳×۲۰	۱۰۰-۳×۱۰-۳×۲۰

حال اعداد ستون آخر (فاصله A و B) را طور دیگری ببینیم:

$$۱۰۰ = ۱۰۰ - ۰ \times (۱۰ + ۲۰)$$

$$۱۰۰ - (۱۰ + ۲۰) = ۱۰۰ - ۱ \times (۱۰ + ۲۰)$$

$$۱۰۰ - ۲ \times ۱۰ - ۲ \times ۲۰ = ۱۰۰ - ۲ \times (۱۰ + ۲۰)$$

$$۱۰۰ - ۳ \times ۱۰ - ۳ \times ۲۰ = ۱۰۰ - ۳ \times (۱۰ + ۲۰)$$

کسی که این راه حل را نوشته کمی تنبلی کرده و هیچ توضیحی نداده است. خوب است هر راه حلی، کمی توضیح یا حتی شکل همراه خودش داشته باشد تا به راحتی قابل فهم باشد.

اما راه حل آخر

معنی فیزیکی این راه حل، با راه حل ۲ بسیار متفاوت است.. هیچ کدام از شناگرها با سرعت میانگین حرکت نمی کنند. اما اگر ریاضی تان خوب باشد، با انجام عملیات جبری می توانید نشان دهید که این راه حل، محاسباتی مشابه راه حل ۲ دارد. اما فردی که آن را نوشته است، انگار لقمه را دور سرش پیچانده است.

در پایان

این دو نفر چند دقیقه بعد، برای بار دوم به هم می رسند؟

راه حل ۵:

$$۱۵ = \text{میانگین } ۱۰ \text{ و } ۲۰$$

سرعت هر کدام را ۱۵ فرض می کنیم

$$\text{دقیقه } ۶/۶ \approx \frac{۲۰}{۳} = \frac{۱۰۰}{۱۵} = \text{زمان}$$

چون دو نفر هستند، زمان برابر است با:

$$\frac{۶/۶}{۲} = \frac{۳/۳}{۲} \text{ دقیقه}$$

اما کدام یک از این جوابها درست است و کدام یک نادرست؟ یک روش برای فهمیدن اینکه کدام جواب می تواند درست باشد، این است که تخمینی از جواب پیدا کنیم.

مثلاً اگر در مسئله ای بدانیم که جواب باید عددی کمتر از ۵ باشد، اما ما جواب ۱۲ به دست آورده ایم، معلوم است که اشتباه کرده ایم. اما چه طور می توان تخمینی از جواب پیدا کرد؟

در این مسئله فرض کنید فقط A شنا می کند و B در سمت

$$\text{راست استخر ایستاده است. معلوم است که } \frac{۱۰۰}{۱۰} \text{ یعنی } ۱۰$$

دقیقه طول می کشد تا A به B برسد.

حالا اگر B، هم زمان با A شنا کند، این دو زودتر به هم می رسند. پس جواب باید کمتر از ۱۰ باشد.

اگر B به تنهایی شنا کند و A در جای خود ثابت بایستد، در

این صورت $\frac{۱۰۰}{۲۰}$ یعنی ۵ دقیقه طول می کشد تا به هم برسند.

و اگر A هم هم زمان با B شنا کند، می توان گفت...؟

جواب بین ۵ و ۱۰ دقیقه است

یا جواب کمتر از ۵ دقیقه است

به این ترتیب جواب های ۱، ۳ و ۴ نادرست هستند.

اما دو جواب دیگر چه طور؟ هر دو به یک عدد رسیده اند که با تخمین ما جور در می آیند. آیا این دو راه حل درست هستند؟ برای اینکه از درستی راه حل مطمئن شویم باید معنی کارهایی که انجام شده را بدانیم. یعنی بفهمیم هر جمع و ضرب و خلاصه هر عملیات ریاضی، برای چه انجام شده است.